Materiaux et NanoTechnologies

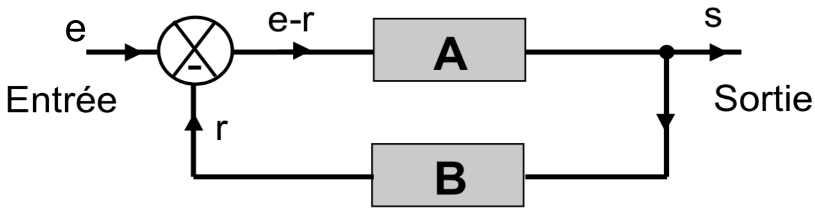
4 MNT
DEVOIR SURVEILLE
Fonctions de l'Electronique

le mardi 06 novembre 2007
Durée : 2 heures

<u>Nota Bene</u> : ***Les documents ne sont pas autorisés. La qualité, la clarté de la présentation ainsi que l'orthographe seront pris en considération dans la notation. Le barème est donné à titre indicatif.***

<u>EXERCICE N°I</u> (8 points)

La figure 1 représente le schéma synoptique d'un système linéaire soumis à une rétroaction. On note A le rapport entre la grandeur de sortie s et celle d'entrée e **<u>dans la chaîne directe (c'est-à-dire avec r=0)</u>** et B le rapport analogue dans la chaîne retour entre le signal retour r et le signal de sortie s. A l'entrée, se soustrait donc, au signal d'entrée initial e, le signal de rétroaction $u_{r,p}$=e-r.



<u>Figure 1</u>

Montrer que la fonction de transfert H de l'amplificateur rétroactionné s'exprime simplement en fonction de A et B. Quel est le nom de cette relation fondamentale ?

Un amplificateur réel possède une fonction de transfert A constante et une fonction de rétroaction complexe de sorte que $B(j\omega)=1/(j\omega)$.

1. Quelle est l'action caractéristique d'une telle rétroaction ?
2. Déterminer la fonction de transfert harmonique en boucle fermée et tracer sommairement le diagramme de Bode relatif à son gain. Conclure.
3. La rétroaction précédente est remplacée par un quadripôle dont la fonction de transfert à pour expression :

$$\boxed{B(j\omega) = B_0(1 + j\omega\tau)}$$

avec B_0 une constante. Calculer la nouvelle fonction de transfert, en boucle fermée, et tracer sommairement le nouveau diagramme de Bode relatif à son gain. Conclure.

EXERCICE N°II (12 points)

Dans le montage représenté à la figure 2, on se propose d'étudier l'oscillateur à pont de Wien. Dans un premier temps, on considère le montage en boucle ouverte c'est-à-dire sans connexion entre V_r et V_e. Le montage en boucle ouverte est décomposé en un amplificateur large bande suivi d'un quadripôle sélectif.

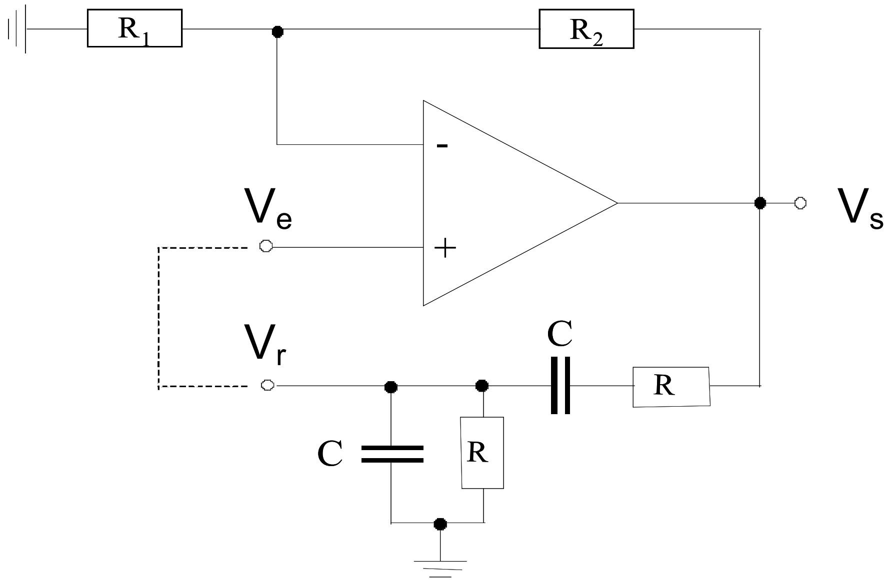


Figure 2

A) Etude en régime linéaire

1. En supposant l'amplificateur idéal, exprimer le gain $A = V_s/V_e$ en fonction des résistances R_1 et R_2. Comment s'appelle ce type de montage ? Tracer la caractéristique $V_s = g(V_e)$ dans le domaine linéaire et dans le domaine saturé (on notera $\pm V_{sat}$ les niveaux de saturation de l'amplificateur).
2. Soit le gain du quadripôle sélectif en sortie ouverte. Montrer que le module et l'argument de $B(j\omega)$ se mettent sous la forme :

$$|B(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{9 + (\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})^2}}$$

$$\varphi = -\arctan\left[\frac{\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}}{3}\right]$$

   On précisera l'expression de la pulsation ω_0. Etudier sommairement les variations de $|B(j\omega)|$ et de φ en fonction de ω. Conclusions.
3. Lorsqu'on ferme la boucle, la connexion impose $V_r = V_e$. En appliquant le critère de Barkhausen, déterminer le gain minimum A_{min} nécessaire à l'entretien des oscillations. En déduire une condition entre les résistances R_1 et R_2.

B) Etude de la limitation naturelle de l'amplitude de l'oscillation

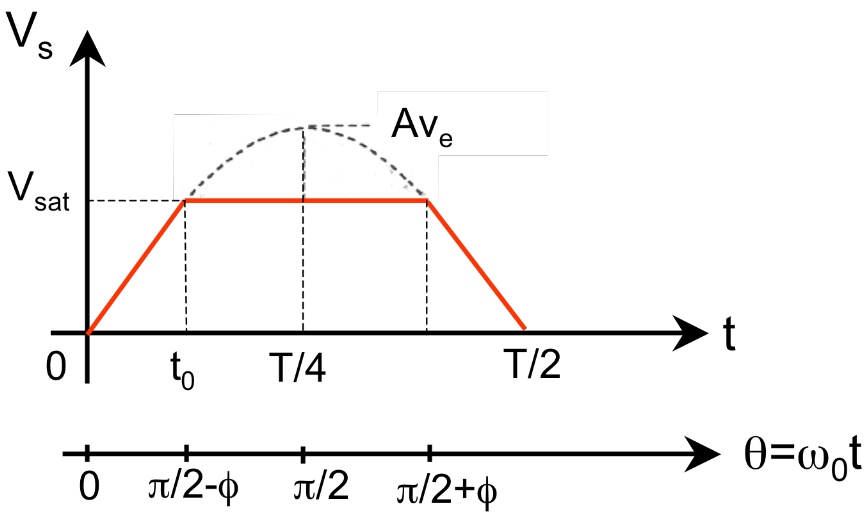
Avec le montage de la figure 2, l'établissement d'une oscillation stable exige d'une part que la condition précédente (A.3) soit vérifiée et d'autre part l'acceptation d'un écrêtage plus ou moins prononcé du signal de sortie V_s. Le but de cette partie est de préciser quantitativement l'importance de cet écrêtage en fonction de l'écart relatif :

$$\boxed{\epsilon = \frac{R_2}{R_1} - 2}$$

Comme il l'a été vu en cours, l'amplitude des oscillations est fixée par les non-linéarités de l'amplificateur. Pour une tension d'entrée de la forme $V_e(t)=v_e \sin(\omega_0 t)$, la tension de sortie $V_s(t)$ n'est pas parfaitement sinusoïdale et peut s'écrire sous la forme :

$$\boxed{V_s(t) = v_{s1}\sin(\omega_0 t) + \sum_{n>1} v_{sn}\sin(n\omega_0 t)}$$

avec v_{s1} l'amplitude du 1er harmonique et v_{sn} (n>1) les harmoniques d'ordre supérieur. Sachant que le filtre de Wien atténue fortement les harmoniques d'ordre élevé, le signal ramené à l'entrée (+) de l'ampli-op peut être considéré pratiquement sinusoïdal, de même fréquence que $V_s(t)$. Cette manière de raisonner constitue **l'approximation du 1er harmonique**. Ainsi, il y a écrêtage du signal parce que l'amplitude qu'aurait eue $V_s(t)$ en régime linéaire est supérieure à V_{sat}. Comme le montre la figure 3 l'importance de cet écrêtage peut être mesuré par l'angle ϕ tel que $V_s=V_{sat}$ lorsque : $\pi/2 - \phi \leq \theta=\omega_0 t \leq \pi/2 + \phi$.



<u>Figure 3</u>

1. Déterminer la relation qui existe entre les paramètres ϕ, v_e, V_{sat}, R_1 et R_2
2. Dans l'hypothèse d'un écrêtage défini par un angle ϕ, montrer que le premier harmonique de $V_s(t)$ admet l'expression suivante :

$$\boxed{v_{s1} = Av_e\left[1 - \frac{2\phi - \sin(2\phi)}{\pi}\right]}$$

<u>Nota</u> : pour trouver l'expression de v_{s1}, on supposera que $V_s(t)$ vérifie les propriétés de symétrie d'imparité (sin(-x)=-sin(x)) et de glissement (sin(x+T)=sin(x)) de sorte que :

$$v_{s1} = \frac{2}{T}\int_0^T V_s(t)\sin(\omega_0 t)dt \equiv \frac{4}{\pi}\int_0^{\pi/2} V_s(t)\sin(\theta)d\theta$$

3. En utilisant le résultat précédent, donner l'expression du pseudo-gain équivalent A_1 (de pulsation ω_0) pour le premier harmonique.
4. Exprimer alors la condition d'entretien limite du premier harmonique et en déduire que l'écart relatif ε dépend de ϕ selon la relation :

$$\epsilon = \frac{3\,[2\phi - \sin(2\phi)]}{\pi - [2\phi - \sin(2\phi)]}$$

5. Calculer ε pour les valeurs suivantes de ϕ : 5° ; 10° ; 20° ; 30°. Tracer sommairement $\varepsilon=f(\phi)$. Conclusions.
6. Si R_1=10 kΩ, quelle est la variation ΔR_2 de R_2 qui fait passer ϕ de 5° à 10° ?

<u>Quelques relations trigonométriques</u> :

$$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$
$$\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$$
$$\sin(a-b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$$
$$\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$$

$$\cos^2 a = \frac{1+\cos(2a)}{2}$$
$$\sin^2 a = \frac{1-\cos(2a)}{2}$$
$$\sin(2a) = 2\sin(a)\cos(a)$$